

# **Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов**



# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Факты. Или зачем нужны фрактальные модели организма?

**Факт 1.** Организм состоит из атомов и молекул, которые содержат положительно и отрицательно заряженные частицы, и, которые могут перемещаться по телу (например, поток крови или лимфы) или совершать колебательные движения (например, в клетках, образующих органы). Как правило, элементы, формирующие организм, представляют собой, так называемые, диполи, которые в границах части органа, органа или системы органов могут действовать, как ансамбль, т.е. образуется один макроскопический дипольный момент, который эквивалентен двум заряженным с противоположным знаком поверхностям на границе. При этом, внутри среды все заряды скомпенсированы.

# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

**Факты. Или зачем нужны фрактальные модели организма?**

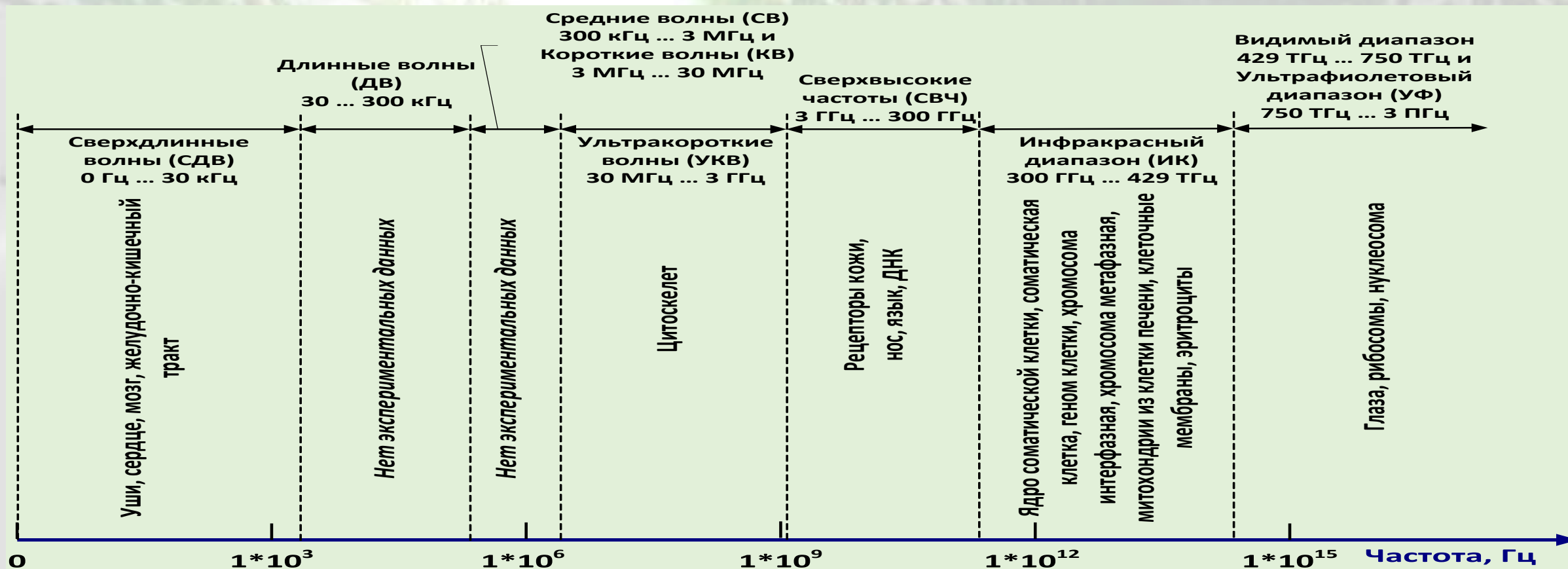
**Факт 2.** В соответствии с законами Дж. К. Максвелла, переменное электрическое поле создает переменное магнитное поле, которое, в свою очередь, создает переменное магнитное поле и т.д. Т.е. то, что называется электромагнитной волной



# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Факты. Или зачем нужны фрактальные модели организма?

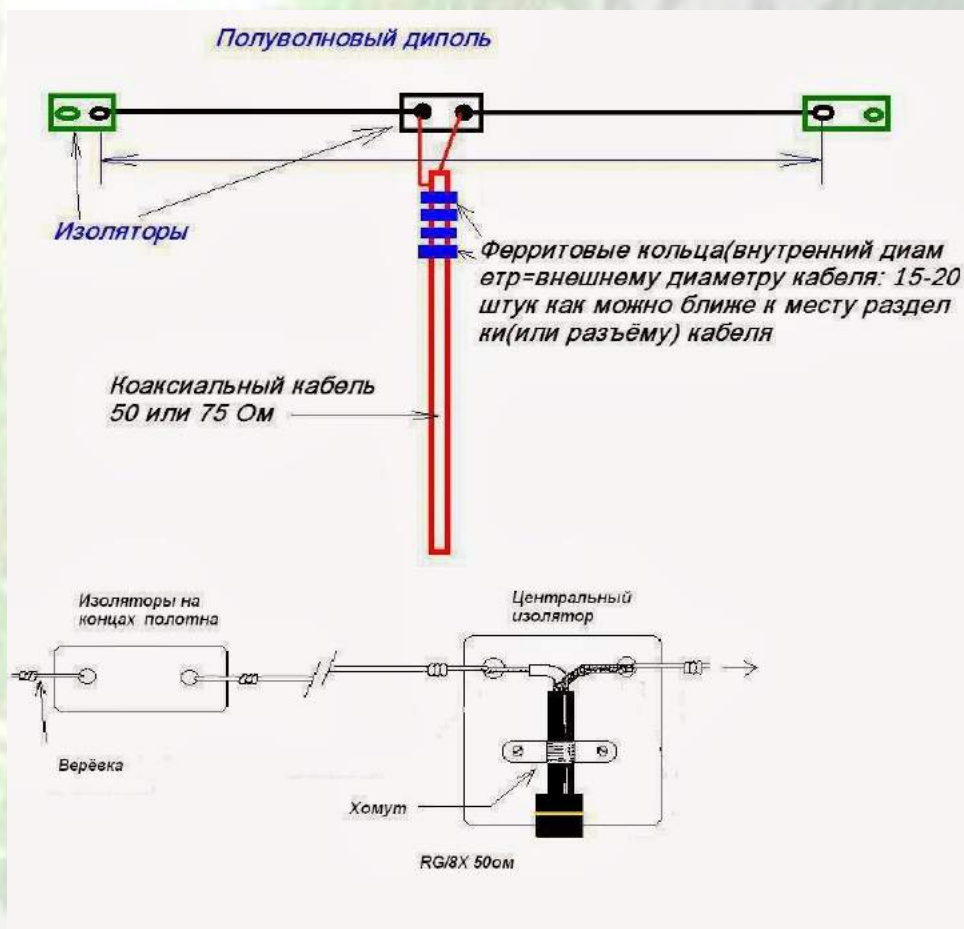
**Факт 3.** Этот факт следует из фактов 1 и 2. Человеческий организм излучает электромагнитные волны в широком диапазоне частот: от долей Герц до ПентаГц ( $1 \cdot 10^{15}$  Гц, видимый диапазон). На всех уровнях (микро- и макро-) существует связь между изучаемыми волнами и отдельными органами и частями органов, а также системами органов.



# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Факты. Или зачем нужны фрактальные модели организма?

**Факт 4.** Известны методы и устройства, которые позволяют принимать электромагнитные волны





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Факты. Или зачем нужны фрактальные модели организма?

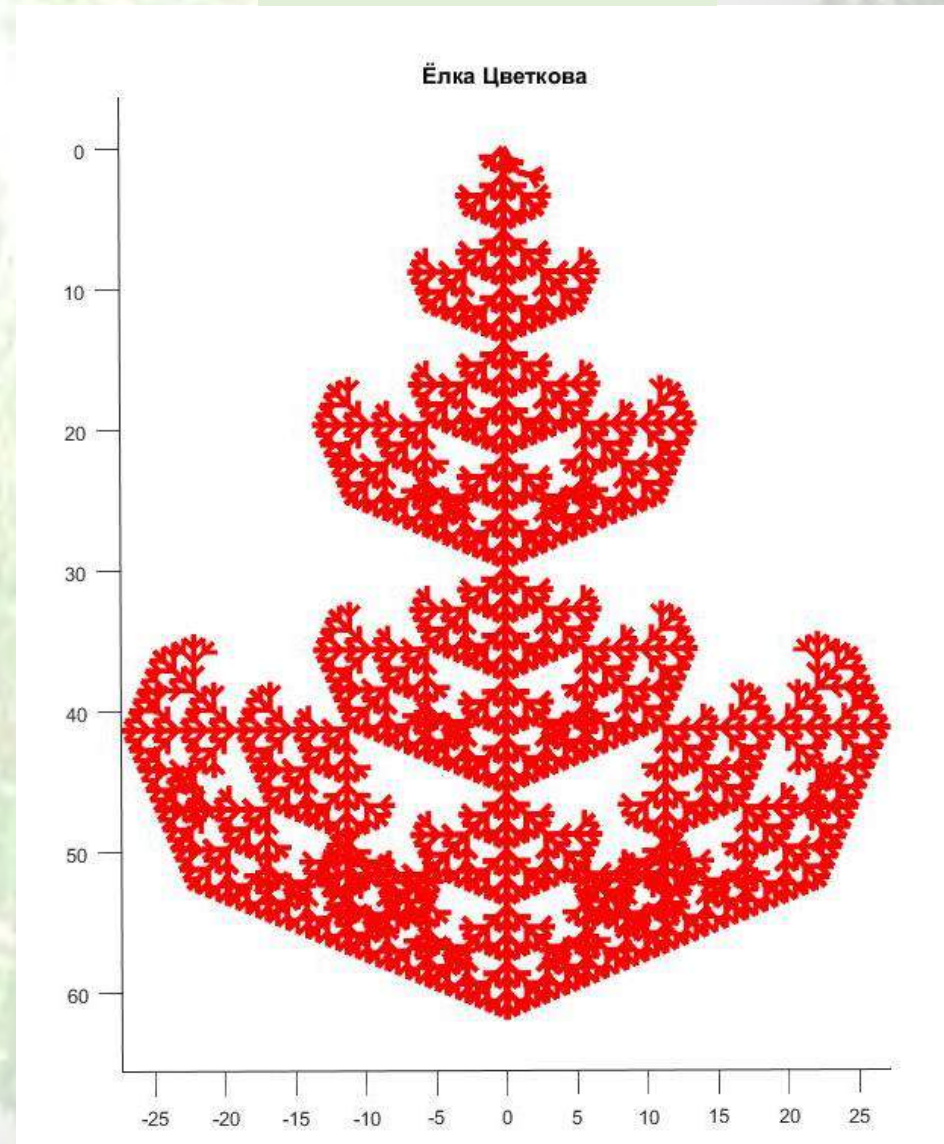
**Факт 5.** Организм: все его отдельные компоненты, органы, системы органов – имеет фрактальную структуру

**Определение 1.** "*Фрактал* - это предел последовательностей более простых множеств " (см. А.А. Кириллов. Повесть о двух фракталах // Издательство: МЦНМО. - 2009. - 180 стр. - ISBN:978-5-94057-526-9)

**Определение 2.** "*Фрактал* - это недифференцируемая функция " (см. Перерва Л.М., Юдин В.В. ФРАКТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ: учебное пособие / под общ. ред. В.Н. Гряника. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2007. – 186 с. - ISBN 978-5-9736-0086-0)

# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

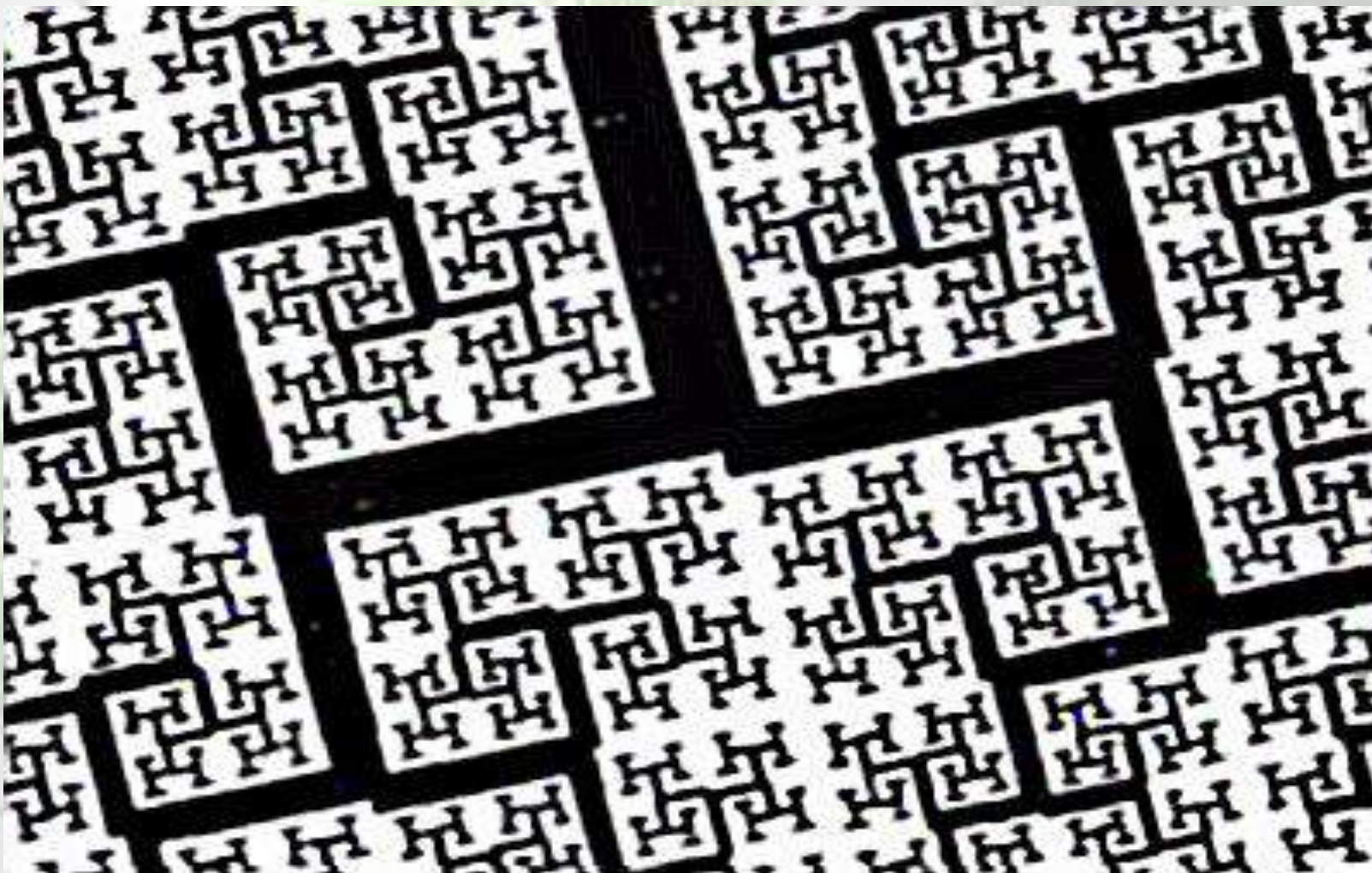
## Пример фрактала





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

Исторически первая модель органов человека

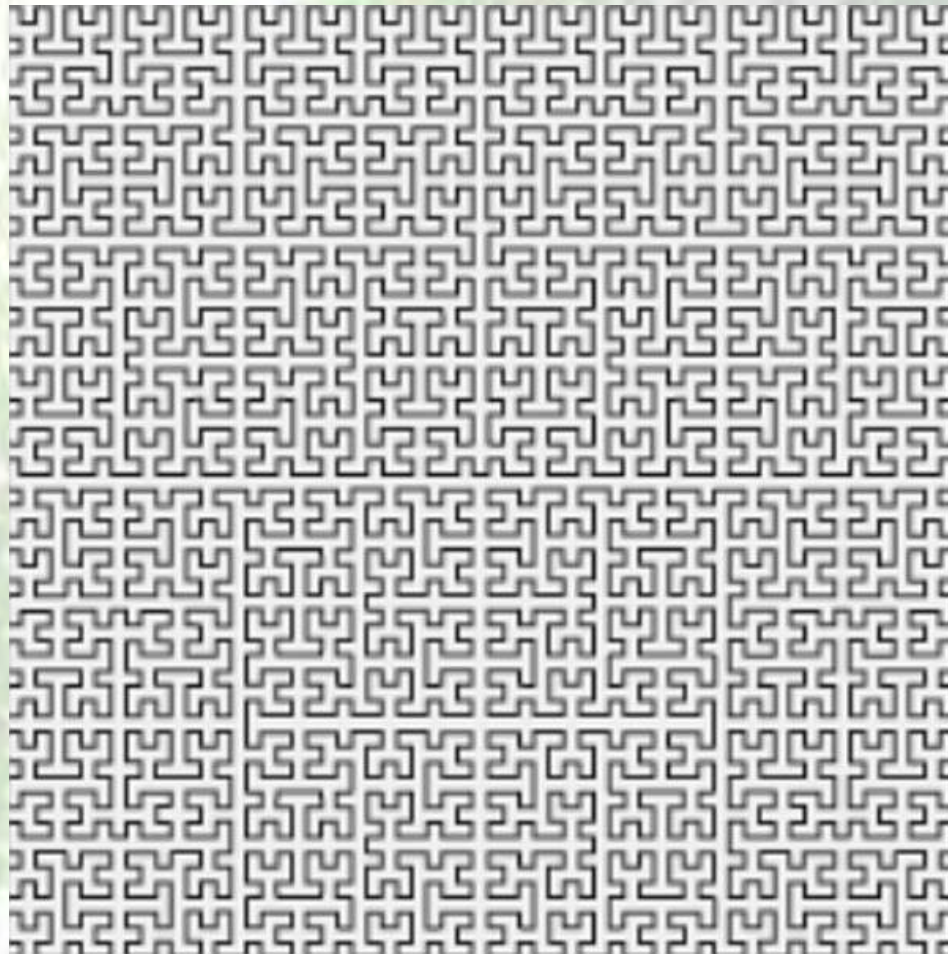




# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

**Факты. Или зачем нужны фрактальные модели организма?**

**Факт 6.** Существуют широкополосные антенны для приема электромагнитного излучения человека – фрактальные антенны





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Зачем нужны фрактальные модели организма

В соответствии с фактами, изложенными выше, можно высказать следующую гипотезу (практически утверждение): **«Любой организм, включая человеческий, излучает электромагнитные волны в широком диапазоне (от СДВ до УФ), которые можно принимать с помощью широкополосных фрактальных антенн и по получаемой амплитудно-частотной характеристике, которая функционально связана с элементами организма, органами и системами органов, осуществлять мониторинг состояния организма»**

Для расчета соответствующих фрактальных антенн необходимо знать диапазон ЭМИ, в котором излучает каждый конкретный элемент организма, и, который можно оценить теоретически (используя методы радиотехники) по конфигурации органа или системы органов. Однако, существующие методы распознавания образов достаточно трудоемки и требуют больших затрат машинного времени, которое может быть достаточно большим для протяженных объектов. Фрактальная функция позволяет в процессе формирования фрактала сразу получать координаты каждой из его точек. Время формирования набора координат точек составляет в среднем 15 мин. для 5-6 итераций. При большем числе итераций необходимы суперкомпьютерные вычисления и мощная графическая станция.



# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

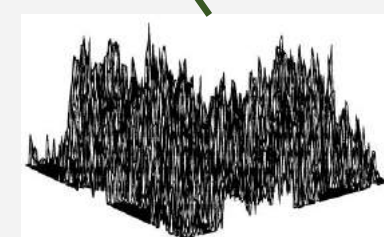
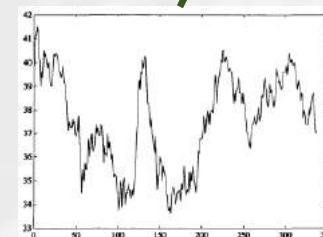
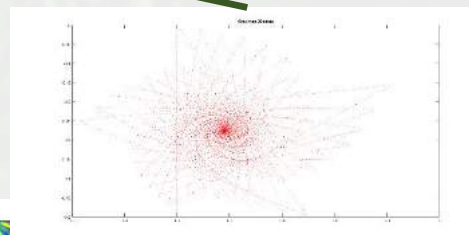
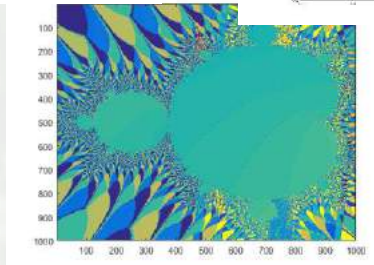
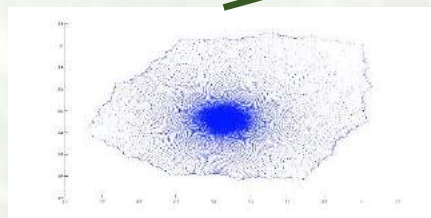
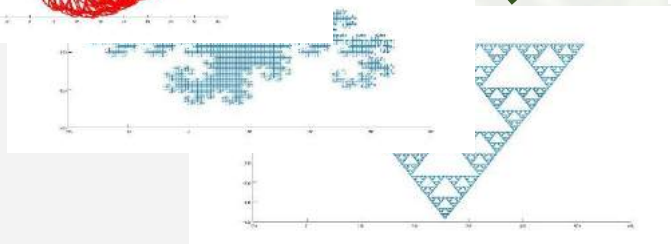
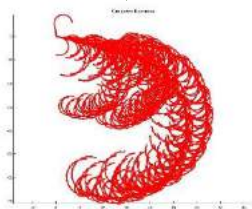
## Краткие сведения по теории фракталов

Фракталы

Геометрические фракталы  
Формализм L-системы

Алгебраические фракталы  
 $Z_{n+1} = Z_n * Z_n + C$   
 $Z$  и  $C$  – комплексные числа

Стохастические фракталы  
 $Z_{n+1} = Z_n * Z_n + P$   
 $Z$  – комплексное число  
 $P$  – комплексное случайное число





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## L-система моделирования фракталов (Аристид Линденмайер, 1968)

Алфавит L-системы представляет собой правила "черепашьей" графики:

**F** = прорисовка линии на один шаг фиксированной длины под некоторым углом  $\alpha$ , который задается в начальных условиях и может изменяться дискретно на некоторую заданную величину  $\theta$ , которая также задается в начальных условиях;

**b** - переход на один шаг фиксированной длины без прорисовки аналогично для операнда **F**;

$\alpha$  - начальный угол при построении фрактала;

**+** - команда увеличения угла  $\alpha$  на заданную величину  $\theta$ ;

**-** - команда уменьшения угла  $\alpha$  на заданную величину  $\theta$ ;

$\theta$  - постоянная величина при выполнении команд **+** или **-**;

**[** - начало формирования ветви фрактала из точки, после которой использовался данный операнд. Оператор является парным и предполагает завершающий символ **]**. Разрешены вложенные операторы;

**]** - завершение формирования ветви фрактала и возврат к точке, после которой использовался данный операнд, переход к следующему операнду;

**X** - вспомогательная переменная, которая позволяет редуцировать выражение L-системы путем подстановки выражения, записанного в этой переменной, и, которая игнорируется графическим интерпретатором;

**Y** - аналогично **X**, но используется обычно для изменения порядка отображения фрактального элемента и также игнорируется графическим интерпретатором.



# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## L-система моделирования фракталов (Аристид Линденмайер, 1968)

**Синтаксис L-системы включает несколько выражений:**

**Аксиома** - начальное выражение для формирования фрактала, которое может включать в себя следующие элементы алфавита: **F, b, X, Y, +, -, [, ]**.

**Продуцирующее правило для F** - выражение, которое преобразует аксиому при каждой итерации, и, которое может включать в себя следующие элементы алфавита: **F, b, +, -, [, ]**. Использование **X, Y** нежелательно, т.к. результат (фрактал) зачастую непредсказуем.

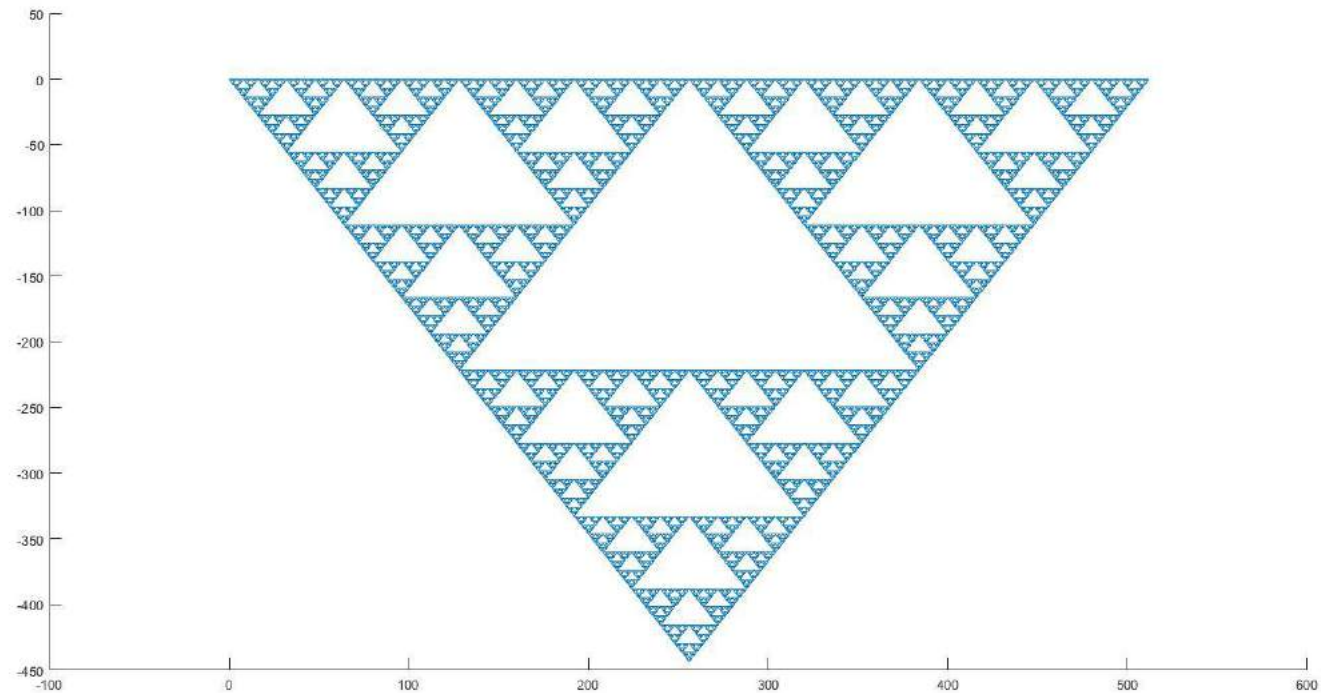
**Продуцирующее правило для b** - используется для редукции аксиомы и продуцирующих правил. Включает в себя только последовательность символов **b**, которая может быть пустой.

**Продуцирующее правило для X** - выражение, которое преобразует аксиому при каждой итерации, и, которое может включать в себя следующие элементы алфавита: **F, b, X, Y, +, -, [, ]**.

**Продуцирующее правило для Y** - выражение, которое преобразует аксиому при каждой итерации, и, которое может включать в себя следующие элементы алфавита: **F, b, X, Y, +, -, [, ]**.

# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

L-система моделирования фракталов. Пример: «Ковер Серпинского»



axiom = FXF—FF—FF

newF = FF

newX = --FXF++FXF++FXF—

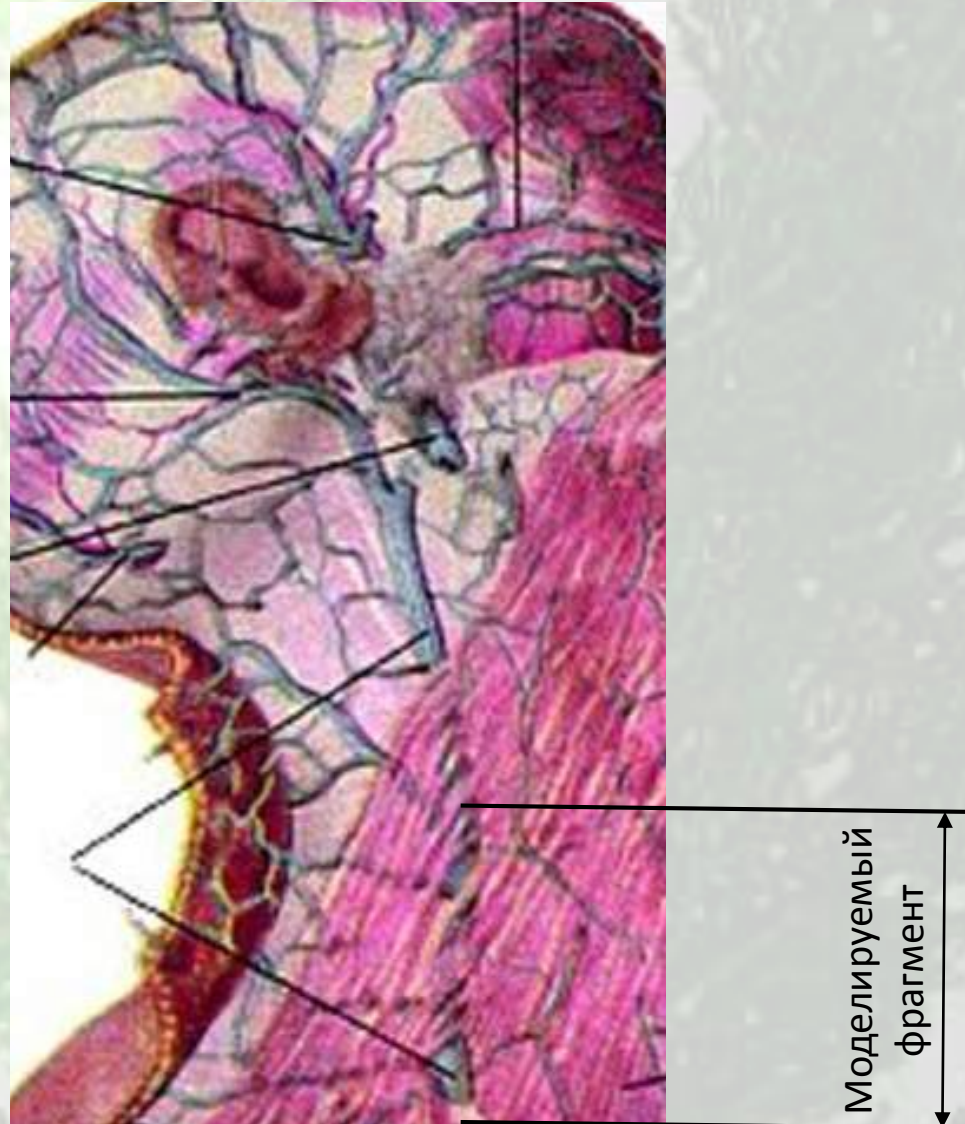
$\theta = 30^\circ$

$\alpha = 0^\circ$



# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

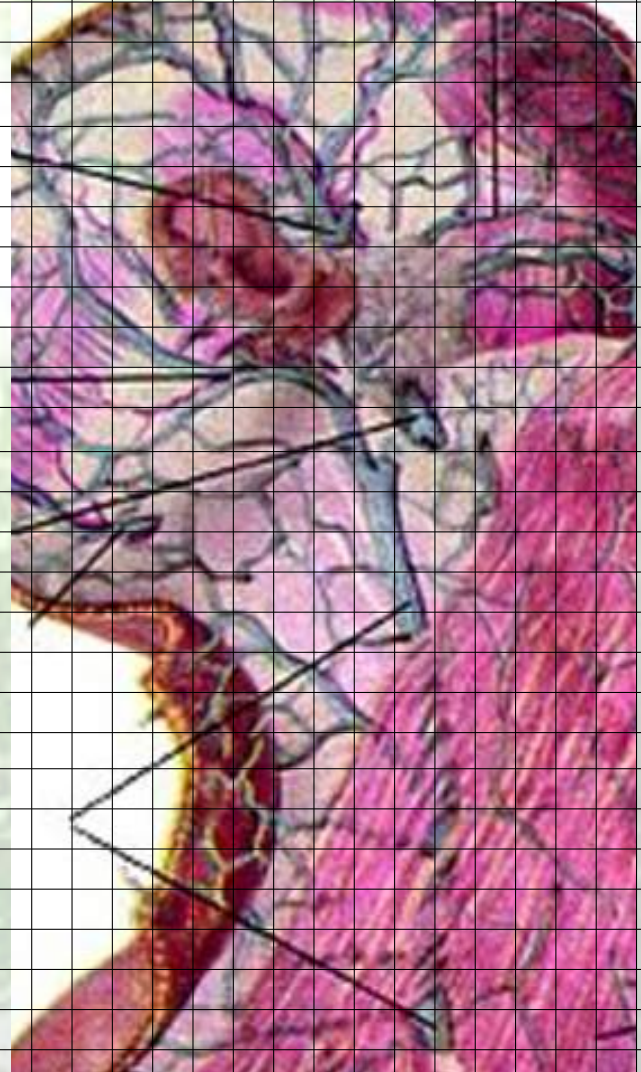
Практический пример: фрагмент вены шеи





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

Практический пример. Этап 1. Привязка к системе координат





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

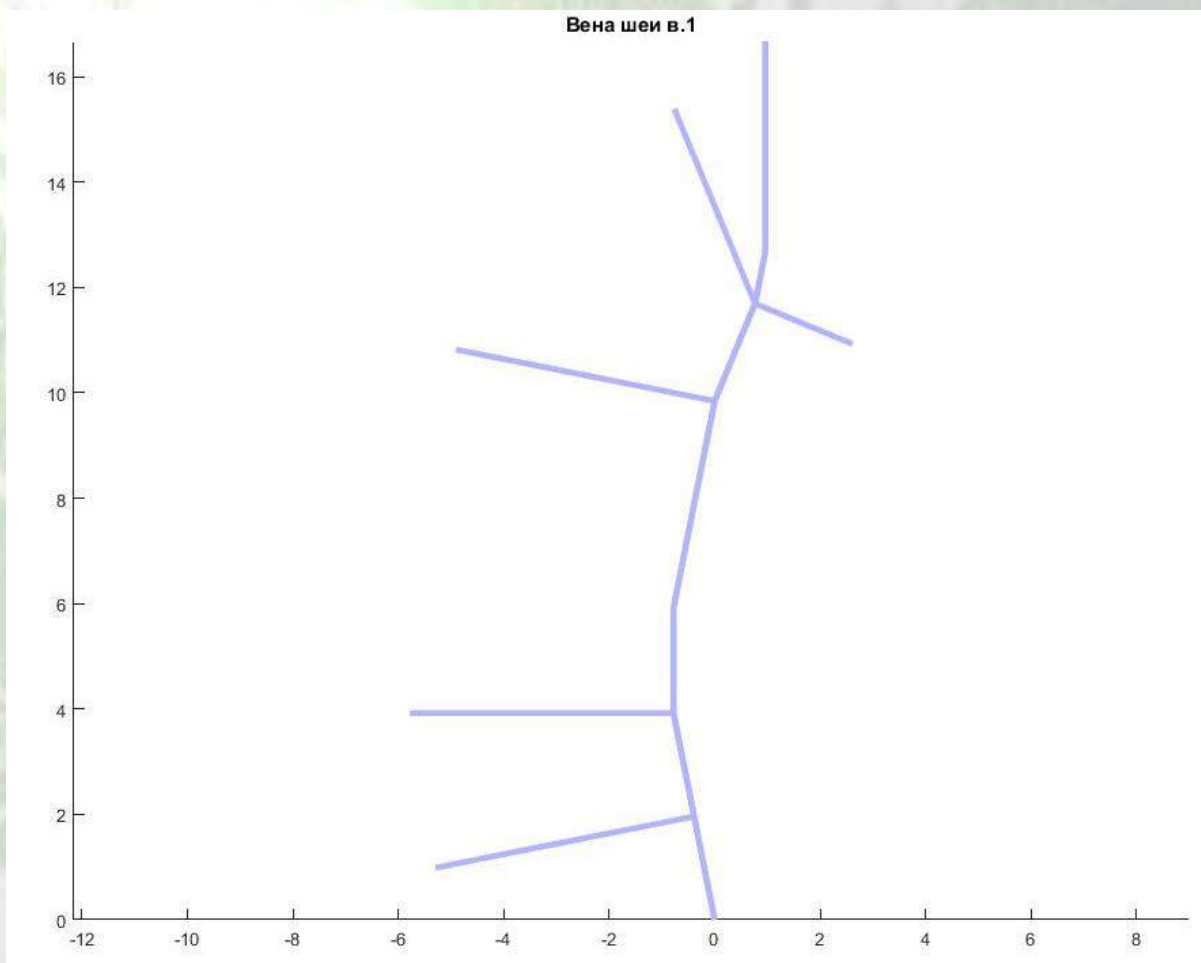
## Практический пример. Этап 2. Формирование L-выражения

Аксиома:  $+FF[++++++FFFFF]FF[++++++FFFFF]-FF-FFFF[++++++FFFFF]-FF[++++FFFF][-----FF]+F+FFFF$

Правило для F: F

Угол  $\alpha$ :  $90^\circ$

Угол  $\theta$ :  $11,25^\circ$





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Практический пример. Этап 2. Свертка L-выражения

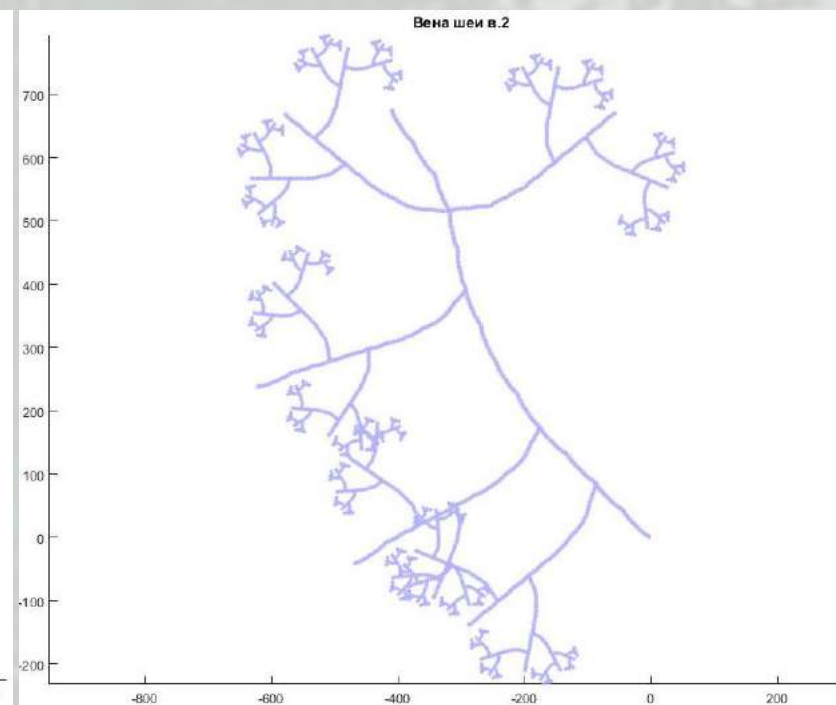
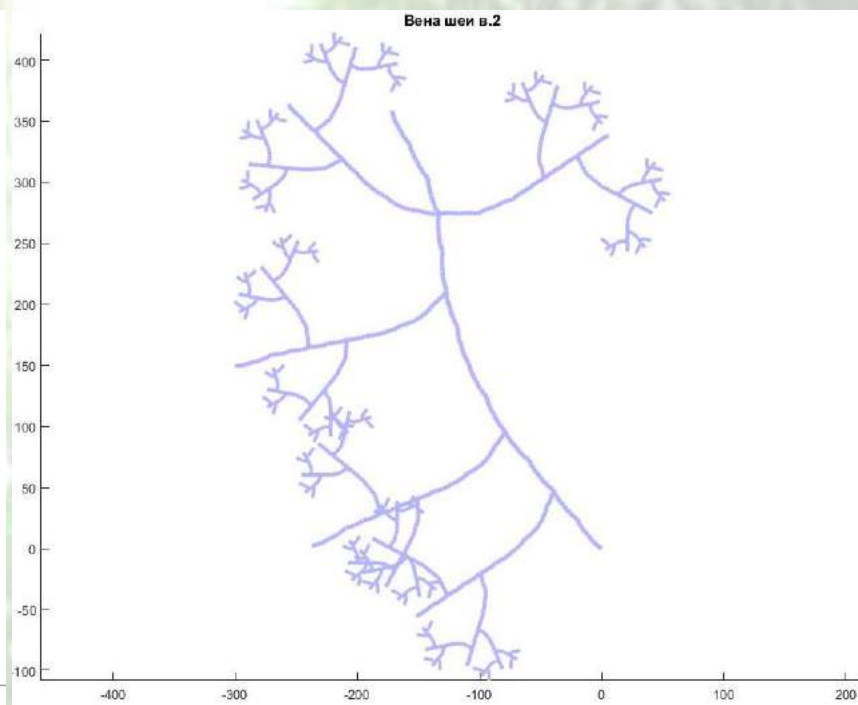
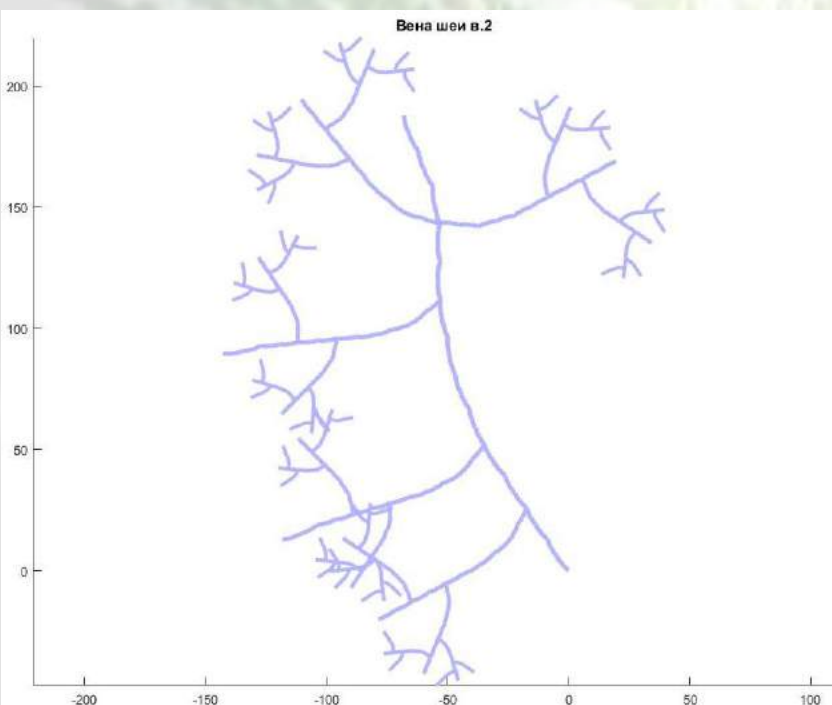
Аксиома:  $+FF[++++X]FF[+++XF]-FF-FFFF[++++XF]-FF[X][Y]+F+FFFF$

Продуцирующее правило для F:  $+F-F$

Продуцирующее правило для X:  $++++++FF--FF-FF[X]FF[Y]FF$

Продуцирующее правило для Y:  $-----FF++FF+FF[X]FF[Y]FF$

Угол  $\alpha$ :  $90^\circ$     Угол  $\theta$ :  $11,25^\circ$





# Фрактальное моделирование систем кровеносных сосудов

## Выводы

Предлагаемая методика может использоваться не только в биологии и медицине - диапазон применения может быть расширен практически на все предметные области, объекты которых содержат фракталы. В связи с этим, автор считает, что на основе представленного материала может читаться курс по фрактальному моделированию для студентов старших курсов естественно-научных факультетов университетов, включая биологию и медицину.

Спасибо за внимание!  
Вопросы?

E-mail: [sio@interin.com](mailto:sio@interin.com)  
[alexey\\_tsvetkov@hotmail.com](mailto:alexey_tsvetkov@hotmail.com)