

Девятая независимая
научно-практическая конференция
«Разработка ПО 2013»

23 - 25 октября, Москва



Опыт разработки интеллектуальной обучающей системы «Волга»

Наталия Смирнова



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
**ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Структура доклада

- Введение
- Постановка задачи измерения прогресса в решении
- Алгоритм Andes Physics Tutor
- Алгоритм ИОС «Волга»
- Выводы. Дальнейшая работа

Введение



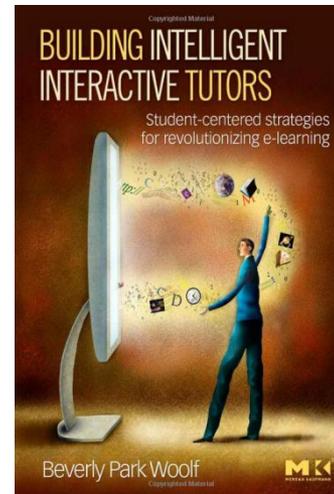
Интеллектуальные обучающие системы



Можно ли сделать их умнее?

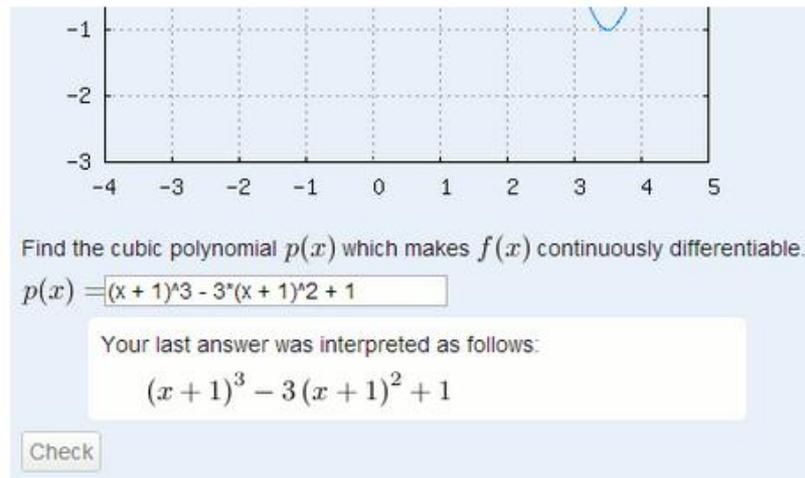


Да!



Интеллектуализация распознавания ответа студента

Студент вводит решение задачи:



Find the cubic polynomial $p(x)$ which makes $f(x)$ continuously differentiable.

$p(x) = (x + 1)^3 - 3(x + 1)^2 + 1$

Your last answer was interpreted as follows:

$$(x + 1)^3 - 3(x + 1)^2 + 1$$

Check

А программа — ему:

Your answer is partially correct.

Your answer does not satisfy $p(2) = 0$.

Your answer does not satisfy $p'(2) = \pi$.

Your answer is plotted below, although part of your graph might appear out of range of the plot!

«Следящие» интеллектуальные обучающие системы: Andes Physics Tutor

Еще более продвинутое распознавание ответов студентов:

The screenshot shows the Andes Physics Workbench interface. The main window title is "ANDES Physics Workbench - [s2e Solution]". The menu bar includes "File", "Edit", "Diagram", "Variable", "View", and "Help". The toolbar contains various icons for file operations and physics tools.

The problem text reads: "A spherical ball with a mass of 2.00 kg rests in the notch shown below. If there is no friction between the ball and the walls, what is the magnitude of the force exerted on the ball by wall1?"

The diagram shows a ball of mass $m = 2.00$ kg resting in a V-shaped notch. The left wall is labeled "wall2" and the right wall is labeled "wall1". The angle between the left wall and the horizontal dashed line is 50 deg, and the angle between the right wall and the horizontal dashed line is 30 deg. A coordinate system is shown with the $+Y$ axis pointing up and the $+X$ axis pointing right. A green arrow labeled F_g points vertically downwards from the center of the ball, representing the weight force. A green arrow labeled F_1 points from the center of the ball towards the top of wall1, representing the normal force. The acceleration $a=0$ is indicated.

The "Variables" table on the right lists the following:

Name	Definition	Dir
T_0	the instant depicted	
$m=2$ kg	mass of ball	
x	axis	$\theta_x=0^\circ$
F_g	magnitude of the Weight Force on...	$\theta_{F_g}...$
F_1	magnitude of the Normal Force on...	$\theta_{F_1}...$
a	magnitude of the instantaneous A...	

The answer input field is empty. Below the diagram, there are three tutor messages:

- T: There is a force acting on the ball at T_0 that you have not yet drawn. Explain further OK
- T: Notice that the ball is supported by a surface: wall2. Explain further OK
- T: When an object is supported by a surface, the surface exerts a normal force on it. The normal

The bottom right corner shows a timer at 00:09:16 and a score of 20.

«Следящие» интеллектуальные обучающие системы: ИОС «Волга»

Мы тоже сделали «умную» систему:

Полученные подсказки Обозначения Подсказка по плану решения ✓ Получить оценку Оглавление C

Скалярное произведение векторов

Вычислить скалярное произведение векторов евклидова пространства $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Решение развернуть

Шаг 1, тип: формула скалярного произведения векторов a и b: общий вид,
 $(a, b) = a_1 * b_1 + a_2 * b_2 + a_3 * b_3 + a_4 * b_4$

Шаг 2, тип: формула скалярного произведения векторов a и b: вычисления,
 $(a, b) = 1 * 5 + 2 * 6 + 4 * 7 + 3 * 8$

Шаг 3

✓ Проверить шаг Подсказка по шагу Правила ввода Пожаловаться

$(a, b) = 69$

$(a, b) = 69$

[переключить на легкий интерфейс](#)

Интерфейс ввода решения ИОС «Волга» и пользователи-гуманитарии: пример

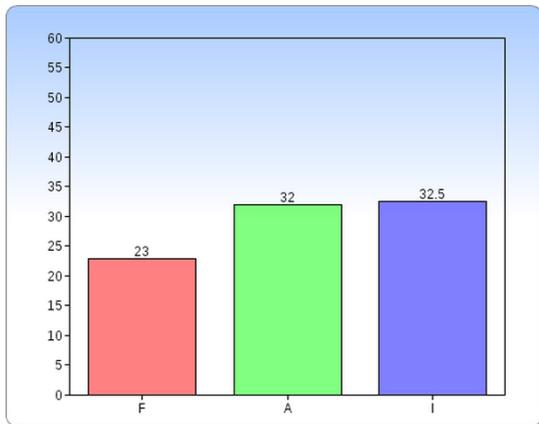
Условия задачи:

Даны два вектора евклидова пространства: $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$

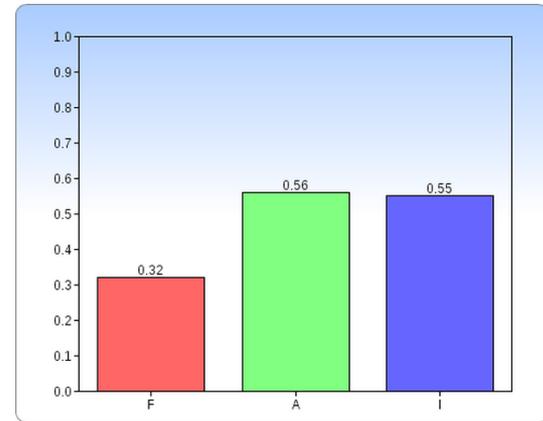
Вычислить расстояние между ними.

- решило: 10 из 11 чел.,
- учились интерфейсу: 8 чел.

Ср. время обучения интерфейсу (мин)



Ср. % незасчитанных системой шагов



Постановка задачи



Предположения и ограничения

Используются только обозначения системы!

Полученные подсказки Обозначения Подсказка по плану решения Получить оценку Оглавление

Скалярное произведение векторов

Вычислить скалярное произведение векторов $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$ в пространстве a и b : общий вид,

Решение

Шаг 1, $(a, b) =$

Шаг 2, тип: формула скалярного произведения векторов a и b : вычисления, $(a, b) = 1 * 5 + 2 * 6 + 4 * 7 + 3 * 8$

Шаг 3

Проверить шаг Подсказка по шагу Правила ввода Пожаловаться

$(a, b) = 69$

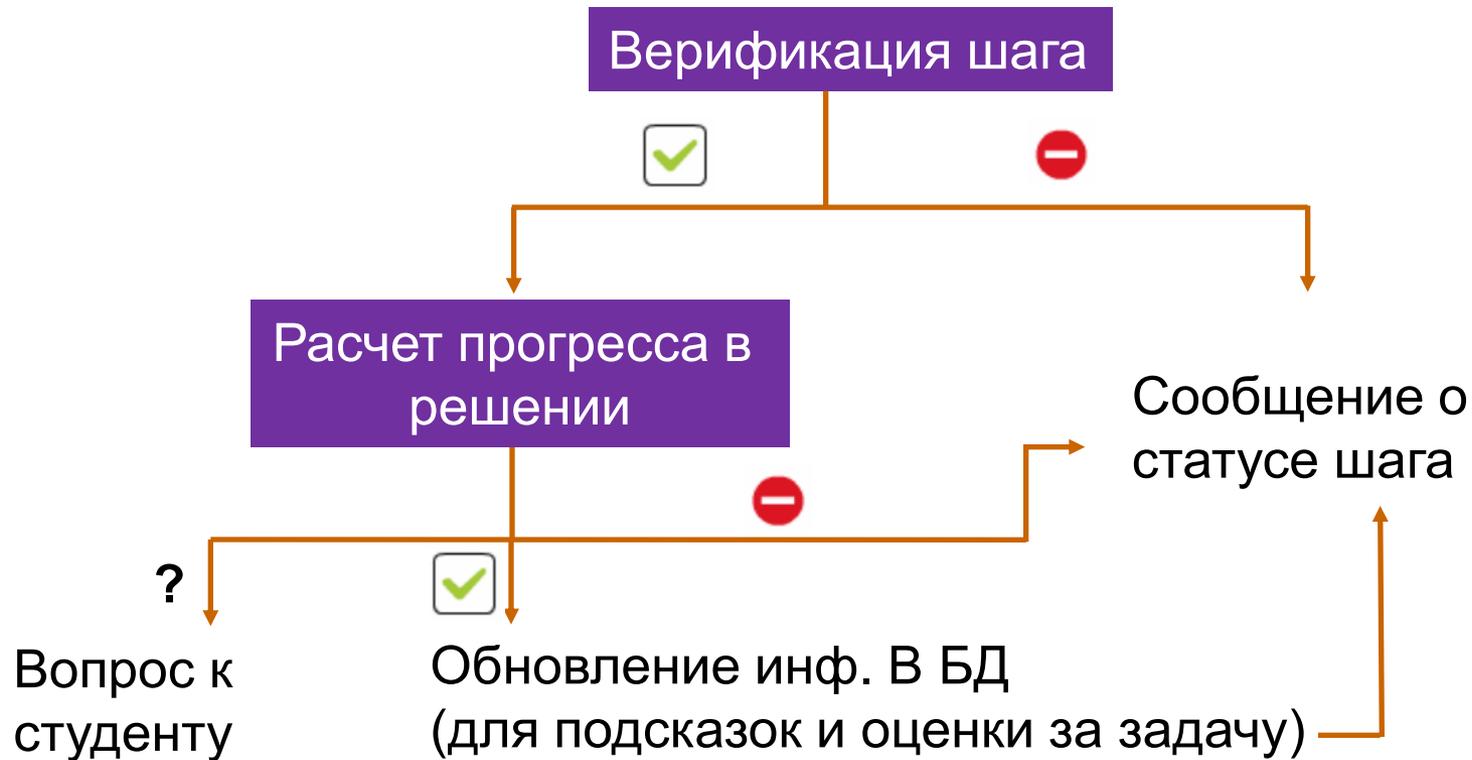
$(a, b) = 69$

[переключить на легкий интерфейс](#)

Только
однорочные
формулы, без
объяснений!

LaTeX-подобный
синтаксис

Этапы проверки шага решения



Верификация шага: примерный алгоритм

Пусть студент ввел шаг:

$$z = 1 + y$$

В шаг подставляются известные системе значения переменных:

$$5 = 1 + 4$$

Полученное выражение упрощается и сравнивается с 0:

```
if simplify(5 - (1 + 4)) == 0:
```

```
    //студент ввел правильный шаг решения
```

```
    ...
```

Верификация шага: библиотеки

Для упрощения выражений можно использовать библиотеку SymPy:



The screenshot displays the SymPy Live web interface. At the top left is the SymPy logo, a green snake coiled around a yellow cube. To its right is the text "SymPy Live". Below this is a dark green navigation bar with buttons for "Main Page", "Download", "Documentation", "Support", "Screenshots", "Development", and "SymPy Live" (which is highlighted). The main content area has a large heading "SymPy Live" and a text box containing the following text:

```
Python console for SymPy 0.7.3 (Python 2.7.5)

These commands were executed:
>>> from __future__ import division
>>> from sympy import *
>>> x, y, z, t = symbols('x y z t')
>>> k, m, n = symbols('k m n', integer=True)
>>> f, g, h = symbols('f g h', cls=Function)

Documentation can be found at http://docs.sympy.org/.

>>> 5-(1+4)

0
```

Below the text box is an input field with a cursor and a vertical bar. At the bottom left are three small buttons: a dropdown arrow, a left arrow, and a right arrow. To their right are three larger buttons: "Evaluate" (green), "Clear" (dark green), and "Fullscreen" (dark green). A small mouse cursor icon is visible in the bottom right corner of the interface.

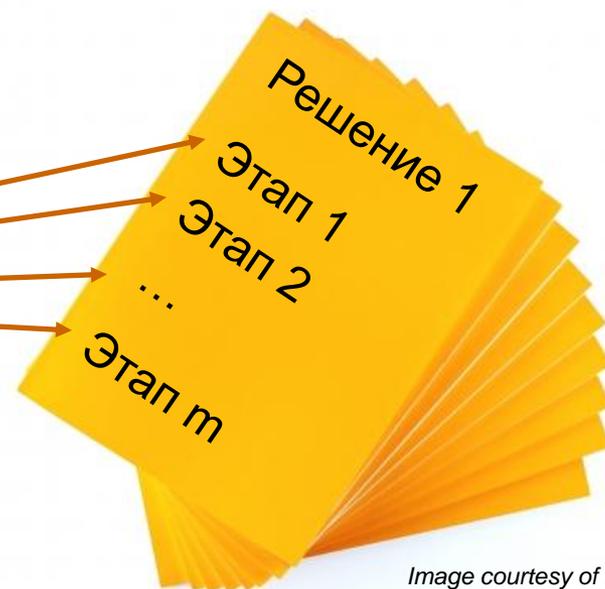
Измерение прогресса в решении

Измерение прогресса в решении – нетривиальная проблема.

«Наивный» способ не годится: даже для самой простой задачи требуется внести слишком много формул и решений.

шаг решения студента

≡?



И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО ЭТО

НЕ ВЫГОДНО...

Алгоритм измерения прогресса в решении Andes Physics Tutor



Измерение прогресса в решении: пример

Задача: вычислить расстояние между векторами a и b

Возможные решения генерируются на основе формул:

$$(1) \quad p(a, b) = |c|$$

$$(5) \quad c_1 = a_1 - b_1$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$

$$(6) \quad c_2 = a_2 - b_2$$

$$(3) \quad |c| = \sqrt{(c, c)}$$

$$(4) \quad (c, c) = c_1^2 + c_2^2$$

Измерение прогресса в решении: пример

$$(1) \quad p(a,b) = |c|$$

$$(5) \quad c_1 = a_1 - b_1$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$

$$(6) \quad c_2 = a_2 - b_2$$

$$(3) \quad |c| = \sqrt{(c,c)}$$

$$(4) \quad (c,c) = c_1^2 + c_2^2$$

Очевидно, что формула $p(a,b) = \sqrt{(c,c)}$ получена на основе формул (1) и (3)

Т.е. **прогресс студента** = $2/6 = 33\%$

Измерение прогресса в решении в Andes Physics Tutor

Формула f	$grad f$
	$c_1 = -2, c_2 = -2, (c, c) = 8$
$p(a, b) - c $	A=[1; 0; -1; 0; 0; 0; 0; 0; 0]
$c_1 - a_1 + b_1$	B=[0; 0; 0; 1; 0; -1; 0; 1; 0]
$c_2 - a_2 + b_2$	C=[0; 0; 0; 0; 1; 0; -1; 0; 1]
$ c - \sqrt{(c, c)}$	D=[0; -0,18; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0]
$(c, c) - c_1^2 - c_2^2$	E=[0; 1; 0; 4; 4; 0; 0; 0; 0]
$p(a, b) - \sqrt{(c, c)}$	F=[1; -0,18; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]

$$\alpha A + \beta B + \chi C + \delta D + \varepsilon E = F$$

Одна из систем:

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -0,18 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -0,18 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Измерение прогресса в решении в Andes Physics Tutor: недостатки

 Непонятно, как обрабатывать формулы с векторами и матрицами типа $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$

 Не защищен от имитации правильно введенных шагов решения:

увы, для него это одно и то же

Имитации:

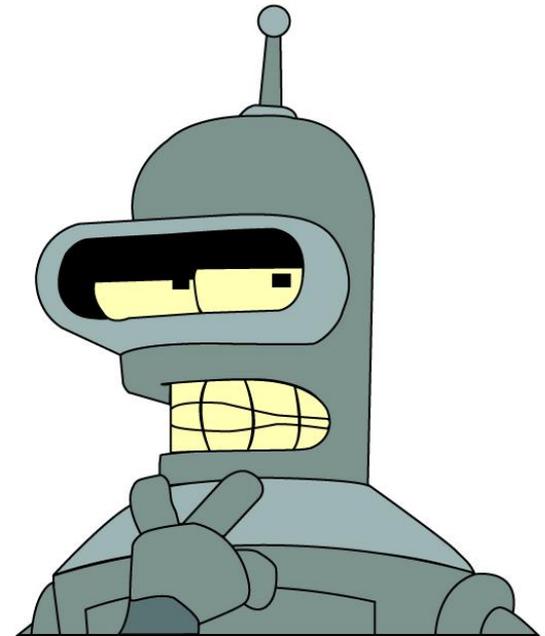
$$(c, c) = 16/2$$

$$(c, c) = c_1 + c_2 + 12$$

Правильный шаг:

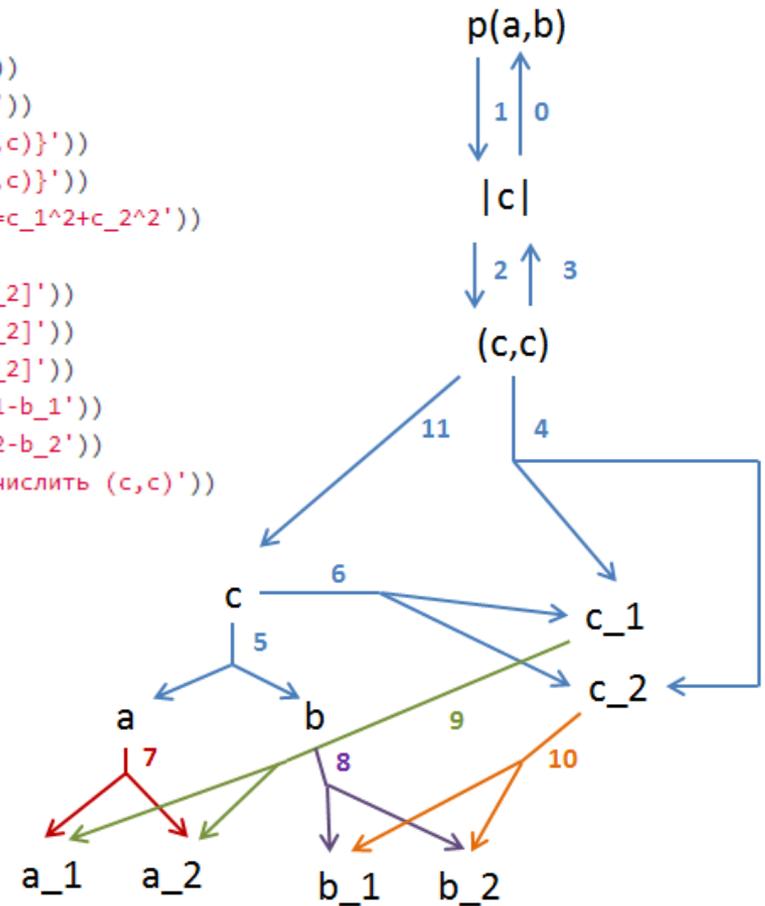
$$(c, c) = (1 - 2)^2 + (2 - 4)^2$$

Алгоритм измерения прогресса в решении ИОС «Волга»



Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: отношения вычислимости

```
calc_relations = []  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('|c|', ['p(a,b)'], 'p(a,b)=|c|'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('p(a,b)', ['|c|'], 'p(a,b)=|c|'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('|c|', ['(c,c)'], '|c|=sqrt{(c,c)}'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('(c,c)', ['|c|'], '|c|=sqrt{(c,c)}'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('(c,c)', ['c_1', 'c_2'], '(c,c)=c_1^2+c_2^2'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('c', ['a', 'b'], 'c=a-b'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('c', ['c_1', 'c_2'], 'c=[c_1; c_2]'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('a', ['a_1', 'a_2'], 'a=[a_1; a_2]'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('b', ['b_1', 'b_2'], 'b=[b_1; b_2]'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('c_1', ['a_1', 'b_1'], 'c_1=a_1-b_1'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('c_2', ['a_2', 'b_2'], 'c_2=a_2-b_2'))  
calc_relations.append(calc.CalcRelation('(c,c)', ['c'], 'по c можно вычислить (c,c)'))
```



Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: текущие ограничения

Рассмотрим случай, когда в левой части формулы студента только одно обозначение:

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 \quad \checkmark$$

$$(c, c) - (a_1 - b_1)^2 = (a_2 - b_2)^2 \quad \ominus$$

Чем больше обозначений в проверяемом шаге заменено на числа, тем труднее нашему алгоритму выявить имитацию, ср.:

$$(c, c) = c_1 + c_2 + 12 \quad \text{и} \quad (c, c) = 16/2$$



получится выявить имитацию

не получится

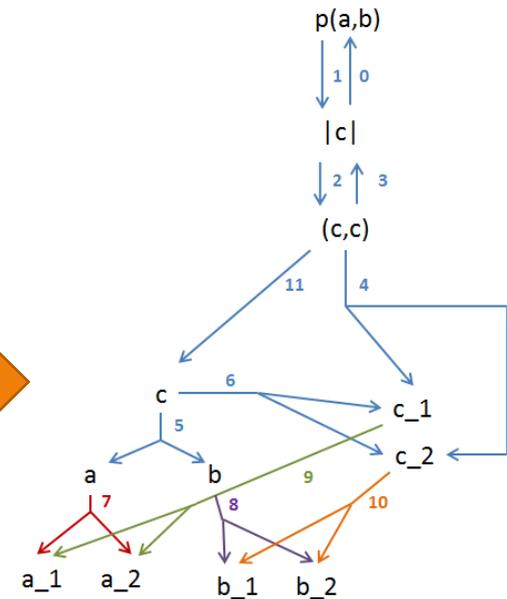
Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: нахождение зависимостей

Пусть студент ввел формулу:

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (2 - 4)^2$$

Обозначим $N_r = \{a_1, b_1\}$

Пусть имеется такой граф
спускаемся в нем от (c, c) вниз,
пока не вып. условие:



$$N_i \supseteq N_r$$

Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: нахождение зависимостей

Пусть студент ввел формул

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (2 - 4)^2$$

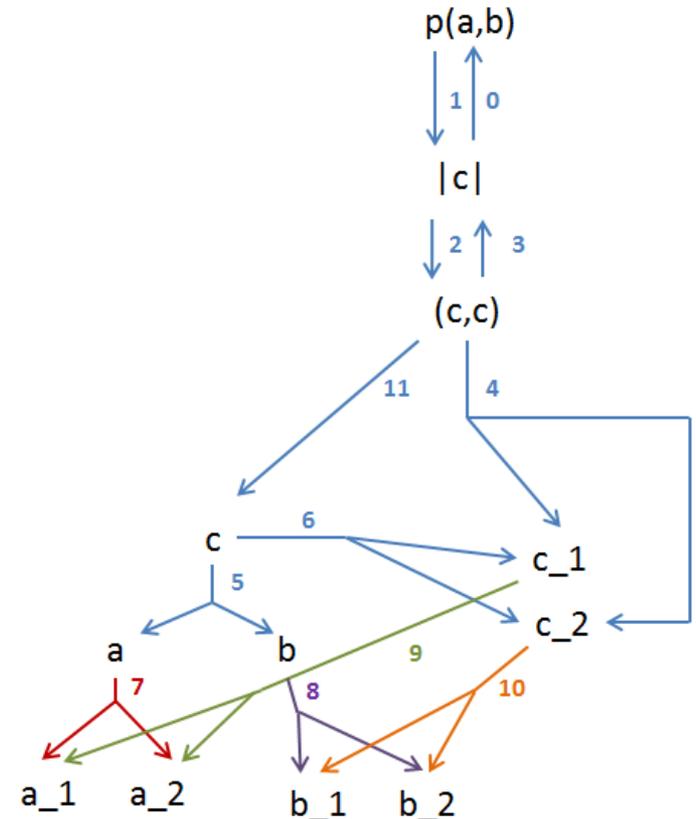
$$N_r = \{a_1, b_1\}$$

Получим три пути с

$$N_i = \{a_1, b_1, a_2, b_2\}$$

- $4 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $11 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $11 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8$

и выражение $(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2$



Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: выявление имитаций

Итак, формула студента:

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (2 - 4)^2$$

$$N_r = \{a_1, b_1\}$$

и сгенерированное системой выражение

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2$$

Заменим в его правой части все обозначения, кроме тех, что присутствуют в N_r , получим:

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (2 - 4)^2 \longrightarrow \text{эквивалентно формуле студента, не имитация}$$

Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: выявление имитаций

Что было бы, если бы студент ввел формулу

$$(c, c) = c_1 + c_2 + 12?$$

$$N_r = \{c_1, c_2\}$$

Мы получим выражение

$$(c, c) = c_1^2 + c_2^2$$

В его правой части заменять нечего. Сравниваем формулы:

$$(c, c) = c_1^2 + c_2^2 \quad \text{и} \quad (c, c) = c_1 + c_2 + 12$$



Не эквивалентны, это имитация правильного шага

Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: выявление имитаций

Что было бы, если бы студент ввел формулу

$$(c, c) = 16/2?$$

Мы получим выражение

$$(c, c) = (1 - 2)^2 + (2 - 4)^2$$

В его правой части заменять нечего. Сравниваем формулы:

$$(c, c) = 16/2 \quad \text{и} \quad (c, c) = (1 - 2)^2 + (2 - 4)^2$$

↓

Эквивалентны, имитация не выявляется (хотя она есть)

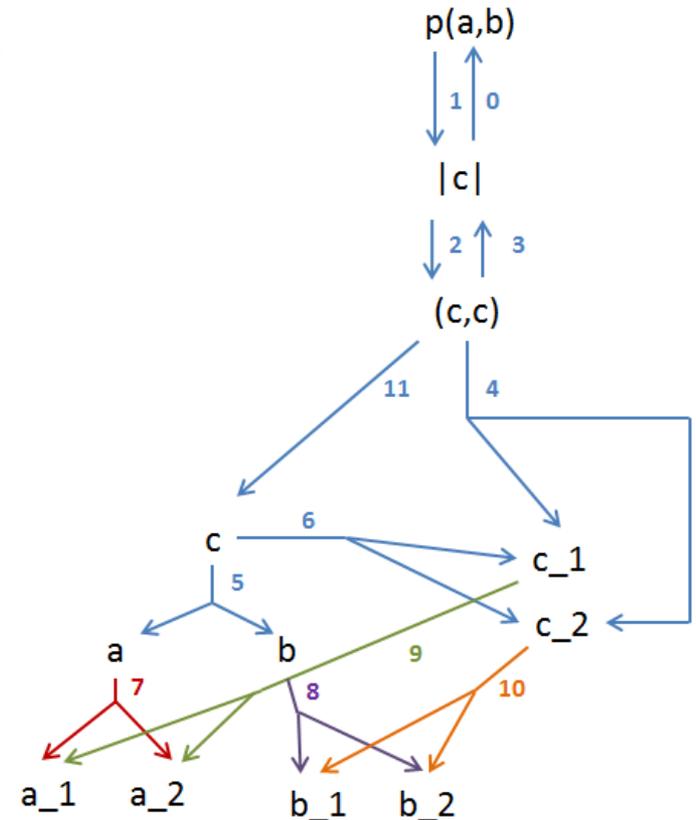
Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: расчет прогресса

Пусть студент ввел формулу:

$$(c, c) = (a_1 - b_1)^2 + (2 - 4)^2$$

Получили три пути:

- $4 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $11 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $11 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8$



Т.е. прогресс в решении = $3/(3+2)$ или $4/(4+2)$

Измерение прогресса в решении в ИОС «Волга»: автоматическое построение графа

```
def build_solutions_graph(calc_relations, notations, student_formula, goal_variable, given_variables):
```

```
    _calc_relations, student_leftmost_notations, student_rightmost_notations = util.get_preprocessed_relations_and_notations(calc_rela  
    goal_variable = replace.replace_notations(goal_variable, notations)  
    given_variables = map(lambda x: replace.replace_notations(x, notations), given_variables)  
    solutions_graph = {}
```

```
    cr_ids = []  
    paths = []  
    for _cr in _calc_relations:  
        if _cr.right_part == goal_variable:  
            cr_ids.append([_cr.get_id()])  
            paths.append(calc.ReplaceStep(_cr.left_part, [goal_variable], [_calc_relations.index(_cr)]))
```

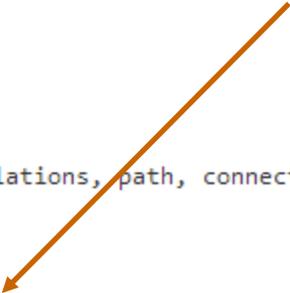
```
    if (len(cr_ids) > 0):  
        solutions_graph[0] = cr_ids
```

```
    #Сразу не получится граф построить
```

```
    connections = []  
    while(len(paths) > 0):  
        new_paths = []  
        for path in paths:  
            new = update_paths_connections(_calc_relations, path, connections, given_variables)  
            new_paths = new_paths + new[0]  
            connections = new[1]  
        paths = new_paths
```

```
    #получили структуру типа [(43, 4, 9), (43, 4, 10), (44, 11, 5), (44, 11, 6), (44, 5, 7), (44, 5, 8), (44, 6, 9), (44, 6, 10)]
```

Сначала строим отдельные ребра графа,
потом получаем более сложную структуру

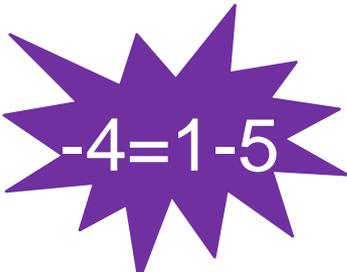


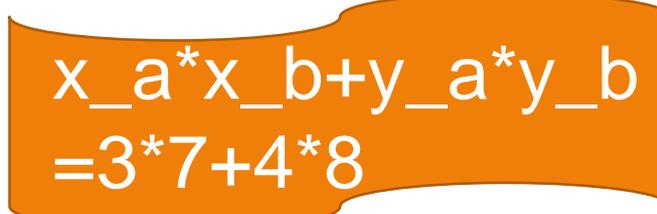
Измерение прогресса: остальные случаи

- Среди преподавателей нет согласия о том, чем должен заниматься студент: выводом формул или арифметикой
- Всегда найдутся неординарные студенты

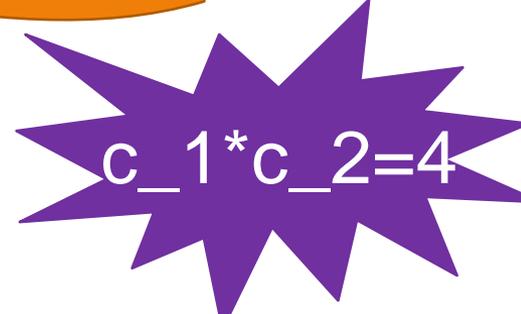


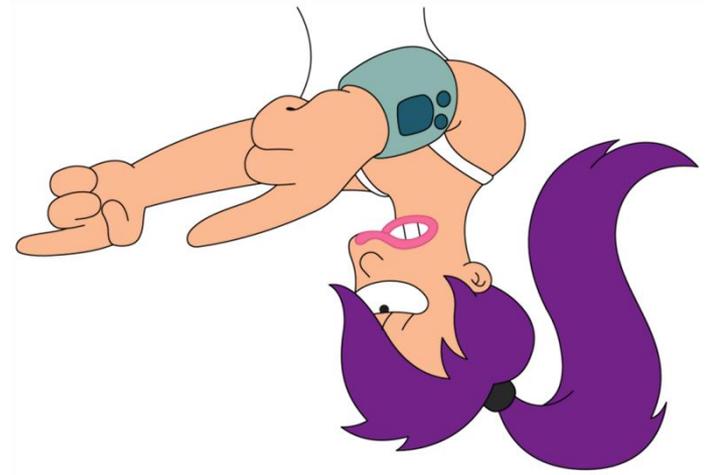
Надо учиться обрабатывать разные «не идеальные» случаи:


$$-4=1-5$$


$$x_a * x_b + y_a * y_b \\ = 3 * 7 + 4 * 8$$


$$(1-3)^2 + (2-4)^2 = 8$$


$$c_1 * c_2 = 4$$



Выводы

Выводы

- **Проверять** развернутые решения студентов – **возможно!**
- **Необходимо рассмотреть и другие** крайние случаи видов вводимых студентами формул
- ... другие задачи, не только по линейной алгебре
- **Не стоит забывать об ограничениях** и оставлять студенту возможность для «жалобы» на систему

Использованные источники и полезные ССЫЛКИ

Слайд 1

<http://habrahabr.ru/post/194240/>

Слайд 5

1. https://moodle.org/plugins/view.php?plugin=qtype_stack
2. Левинская М.А. «Продукционная модель интерактивной компоненты обучающей системы». <http://www.mce.su/archive/doc15643/doc.pdf>
3. Левинская М.А. «Построение интеллектуальных обучающих систем по математике с использованием языка Tree-Refal» // Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы». Т. 3. № 15. 2003

Использованные источники и полезные ССЫЛКИ

Слайд 5

4. S. Klai, T. Kolokolnikov, and N. Van den Bergh, “Using Maple and the web to grade mathematics tests,” in *Proceedings of the International Workshop on Advanced Learning Technologies*, 2000.
5. M. Mavrikis and A. Maciocia, “Wallis: a web-based ILE for science and engineering students studying mathematics,” in *Workshop of Advanced Technology for Mathematics Education in the 11th International Conference on Artificial Intelligence in Education*, 2003, pp. 505–512.
6. “Maple T.A.” <http://www.maplesoft.com/products/mapleta/>
7. C. J. Sangwin, “Assessing Elementary Algebra with STACK,” *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 38, no. 8, pp. 987–1002, 2008.
8. C. J. Sangwin, “Automating the marking of core calculus and algebra: eight years on.” <http://web.mat.bham.ac.uk/C.J.Sangwin/Publications/2009-12-mmjg.pdf>

Использованные источники и полезные ССЫЛКИ

Слайд 5

9. Answer tests.” https://github.com/math/moodle-qttype_stack/blob/master/doc/en/Authoring/Answer_tests.md#EqualComAss.
10. E. Melis and J. Siekmann, “ActiveMath: An Intelligent Tutoring System for Mathematics,” *Artificial Intelligence and Soft Computing – ICAISC 2004*, vol. 3070, pp. 91–101, 2004.

Слайд 6

VanLehn K. (et al.) The Andes Physics Tutoring System: Lessons Learned. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*. Vol. 15. № 3. 2005.
http://oli.cmu.edu/wp-oli/wp-content/uploads/2012/05/VanLehn_2005_Andes_Physics_Tutoring_System.pdf

Использованные источники и полезные ССЫЛКИ

Слайд 13

<http://sympy.org/ru/index.html>

Слайд 16

Shapiro J.A. An Algebra SubSystem for Diagnosing Students' Input in a Physics Tutoring System. <http://www.physics.rutgers.edu/~shapiro/tutor/submission3.pdf>

Слайд 29

https://github.com/indra-uolles/solution_tracer

Спасибо за внимание!

Наталия Смирнова, н.с. лаб. 17 ИПУ РАН
smirnovanatalia2008@gmail.com